REVISTA LATINOAMERICANA OGMIOS
Revista Científica del Instituto de Investigación y Capacitación Profesional del Pacífico

DOI: https://doi.org/10.53595/rlo.v2.i5.040

ARTÍCULO

CONOCIMIENTO DE FUTUROS PROFESORES CHILENOS DE MATEMÁTICA SOBRE LOS NÚMEROS DECIMALES

Jocelyn D. Pallauta[1]
Daniela Carmen Bonilla Barraza[2]
Luisa Nery Elgueta Alucema[3]
Bethzabe Cotrado[4]

Universidad de Granada, Granada - España [1 4]
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaiso - Chile [2]
Universidad de La Serena, La Serena - Chile [3]

Palabras clave: Números racionales, Conocimiento didáctico matemático, Profesores de matemática en formación.

Recibido 15 de junio 2022

Aceptado 30 de junio 2022

En línea 1 de agosto 2022

RESUMEN

El conocimiento de los profesores de matemática sobre los diferentes sistemas numéricos es fundamental para su adecuada enseñanza. En este trabajo se analiza y valoran los conocimientos de un grupo de 25 futuros profesores de matemática de una universidad chilena acerca de los números decimales. A los participantes se les plantearon dos situaciones hipotéticas de aula, adaptadas de una investigación previa (Konic, 2011), para evaluar y describir las estrategias que evocan en torno al concepto y propiedades de los números decimales. En el estudio se utilizaron algunos elementos del Modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático propuesto por Godino y colaboradores. Los resultados del análisis de contenido de las respuestas de los participantes dan cuenta de limitados conocimientos de contenido común y especializado, además se identifican diferentes conflictos semióticos, como aplicar la idea de sucesor o identificar el número decimal como un número expresado mediante una escritura con comas.

[1]Profesor de Estado en Matemáticas y Computación. Licenciada en Educación. Magíster en Educación con mención en gestión educativa. Máster en Didáctica de la Matemática. Doctoranda en Educación en la línea de Educación Matemática.
Correo de contacto jocelyndiaz@correo.ugr.es

[2]Profesor de Estado en Matemática y Computación. Licenciada en Educación. Magister en Didáctica de la Matemática. Docente en Programas de formación continua de profesores.
Correo de contacto daniela.bonilla@pucv.cl

[3]Profesora de Estado en Matemáticas, Magíster en Matemáticas. Académica del Departamento de Matemáticas y coordinadora de la Carrera Pedagogía en Matemáticas y Computación de la Universidad de La Serena.
Correo de contacto lelgueta@userena.cl

[4]Máster en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada e Investigación Educativa por la Universidad Autónoma de Barcelona - España. Doctora en Ciencias de la Educación por la UNA-Puno. Estudiante de doctorado en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada, en la línea de investigación de Educación Matemática y Estadística.
Correo de contacto bethcotrado@correo.ugr.es

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

CHILEAN PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS' KNOWLEDGE OF DECIMAL NUMBERS

ABSTRACT

Mathematics teachers' knowledge of the different numerical sets is essential for their appropriate teaching. We analysed and evaluated the knowledge of a group of 25 prospective mathematics teachers at a Chilean university about decimal numbers. Participants were given two tasks, adapted from previous research (Konic, 2011), to describe the strategies they use in relation to the concept and properties of decimal numbers. The study used some elements of the Didactic-Mathematical Knowledge Model proposed by Godino and cols. As results of the content analysis of the answers, the participants show a limited knowledge of common and specialised contents, and different semiotic conflicts are identified, such as the application of the idea of successor or the identification of the decimal number as a number expressed by writing with commas.

Keywords: Rational numbers, mathematical didactic knowledge, prospective mathematics teachers.

INTRODUCCIÓN

Un aspecto importante en el proceso de enseñanza de la matemática es que los profesores, cuenten con los conocimientos sobre el tema que enseñan. Dicho conocimiento, debiese abarcar tanto el aspecto matemático como su transposición en el aula (Godino, 2009; Godino et al., 2017; Pino-Fan y Godino, 2015). En el caso chileno, los conocimientos y competencias con las que deben contar los futuros profesores de matemáticas se enmarcan en los Estándares Orientadores para Egresados de Carreras de Pedagogía en Educación Básica y Media (MINEDUC, 2011; 2012) y en los Estándares de la Profesión Docente Carreras de Pedagogía en Matemática Educación Media (MINEDUC, 2021). En estos documentos se explicitan los conocimientos en torno a la enseñanza y aprendizajes que los profesores debiesen tener al acabar su formación universitaria. Un primer eje temático que abarcan dichos documentos es el conocimiento de los diferentes sistemas numéricos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ y $\mathbb{C}$, considerando su estructura algebraica, así como sus extensiones, propiedades y representaciones (MINEDUC, 2021). En este trabajo nos centraremos en el sistema de los números racionales, campo temático que tiene grandes dificultades para el alumnado (Zakaryan y Ribeiro, 2019), específicamente abordaremos su representación decimal.

En relación al currículo escolar chileno (MINEDUC 2015; 2018), los números y expresiones decimales es un contenido de transición que aparece a partir de 4º curso de Educación General Básica (9 años) hasta 1º curso de Educación Media (14 años). En la Tabla 1 se puede observar los conceptos que caracterizan el conjunto de los números

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

racionales, como el orden, formalmente son especificados desde el 4º curso, sin embargo, esta noción se comienza a trabajar cuando se ordenan números naturales utilizando, por ejemplo, la recta numérica. La idea de densidad del conjunto de los racionales se formaliza en 1º curso de Educación Media con el estudio de expresiones periódicas puras y mixtas.

Los conceptos antes mencionados, también son abordados en el estudio de las raíces cuadradas en 8º curso (13 años), en donde se debe estimar su valor de manera intuitiva lo que conlleva a incursionar en la definición del conjunto de los números reales, su orden, densidad y completitud.

Tabla 1
Objetivos de aprendizaje relacionados con los números decimales en el currículo chileno (MINEDUC, 2015; 2018)

Curso	Objetivos de Aprendizaje sobre los números decimales
4º	- Describir y representar decimales (décimos y centésimos): ▪ representándolos en forma concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo. ▪ comparándolos y ordenándolos hasta la centésima. - Resolver adiciones y sustracciones de decimales empleando el valor posicional hasta la centésima en el contexto de la resolución de problemas.
5º	- Determinar el decimal que corresponde a fracciones con denominador 2, 4, 5 y 10. - Comparar y ordenar decimales hasta la milésima. - Resolver adiciones y sustracciones de decimales empleando el valor posicional hasta la milésima. - Resolver problemas rutinarios y no rutinarios aplicando adiciones y sustracciones de fracciones propias o decimales hasta la milésima.
6º	- Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales por números naturales de un dígito, múltiplos de 10 y decimales hasta la milésima de manera concreta, pictórica y simbólica. - Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.
7º	- Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas: ▪ utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas ▪ relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales - Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con software educativo).
8º	- Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas: ▪ representándolos en la recta numérica. ▪ involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros).
1º Medio	- Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.

En general, los estudios sobre el conocimiento de los futuros profesores acerca de los números racionales han mostrado dificultades en su comprensión (Parraguez, Bonilla y Randolph, 2021; Rojas, Flores y Carrillo, 2015). Y específicamente en el caso de los números decimales, variados autores (Castro y Castro, 2014; Widjaja y Stacey, 2006) han detectado inconvenientes en la interpretación de la notación decimal que provienen de la

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

operatoria con decimales, del redondeo, el trabajo con cifras significativas, y en otorgar un contexto apropiado a las matemáticas.

En este estudio nos centramos en la formación inicial de profesores de matemática, con la premisa, de que los futuros profesores deben superar los conflictos en torno a los números decimales y representaciones decimales, ya que este es un contenido de gran importancia en el currículum escolar de diferentes países (NCTM, 2014), además de su utilidad en diversos contextos de la vida cotidiana y en el ámbito científico.

La finalidad de este trabajo es analizar y valorar los conocimientos de un grupo de futuros profesores de matemáticas de una universidad chilena acerca de los números decimales. Para ello, se consideró algunos elementos entregados por el Modelo para la Evaluación y Desarrollo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) que se fundamenta en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y de la Instrucción Matemática (Godino, 2002; Godino; Batanero; Font, 2007; 2019).

ANTECEDENTES

Stacey et al. (2001) investigaron el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido de la numeración decimal de los profesores en formación. Los futuros profesores completaron una prueba de comparación de decimales, marcaron los elementos que consideraban difíciles para los estudiantes y explicaron por qué. Los resultados mostraron que cerca del 80% de la muestra resultó ser experta, lo que indica que una proporción significativa de profesores en formación tiene un conocimiento inadecuado del contenido de los decimales. Se evidenciaron dificultades inesperadas cuando mostraron confusión sobre el tamaño de los decimales en relación con el cero. La mayoría de ellos eran conscientes de los conceptos erróneos de "más largo es más grande" en los alumnos, pero tenían poca conciencia de los conceptos erróneos de "más corto es más grande".

Por otra parte, Widjaja et al. (2008) aplicaron una prueba a 140 profesores en formación y observaron discusiones en grupo en un aula donde se evidenciaron dificultades en comprender la noción de densidad de los decimales. A partir de ello, los autores documentaron e identificaron analogías incorrectas resultantes de una generalización excesiva de los conocimientos sobre números enteros y fracciones.

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

Por tanto, la comprensión de los números decimales, es una temática que presenta dificultades, de las que no están exentos los profesores (Castro y Castro, 2014; Konic, 2011). Las principales dificultades radican en la distinción de la expresión decimal de los números reales, puesto que los decimales, habitualmente son interiorizados como fruto de un proceso y no como una identidad propia (Socas, 2002; Cid et al., 2003). También se suma la dificultad en la extensión de las propiedades de los números naturales a los números racionales (Brosseau et al., 2006; Llinares, 2003).

Es habitual llamar número decimal a cualquier número real expresado en forma decimal, en este caso coincidimos con Konic et al. (2010) entendiendo por número decimal, a un número racional para el que existe al menos una expresión decimal finita, o de forma equivalente, al número racional que se puede expresar a través de fracción decimal. El sistema de los números racionales se conforma en una estructura algebraica (Bonilla y Parraguez, 2015), que abarca a los números decimales que son posibles de expresar mediante fracciones, como los con notación decimal. Con esta definición, destacamos la diferencia entre número decimal y expresión decimal. Por lo que concluimos, de acuerdo a lo propuesto por Cid et al. (2003) "Todo número racional tiene una representación decimal finita o periódica; todos los números cuya expresión decimal es finita o periódica son números racionales" (p.205).

Diversas investigaciones (Chan et al., 2017; Medina Rodrígez, 2016) señalan que las dificultades con los números decimales pudieran relacionarse con la comprensión del valor posicional del sistema de numeración decimal, y que tradicionalmente se implementa en la escuela en el tratamiento de los decimales simplificando de forma exagerada las reglas que caracterizan a este conjunto. Otras dificultades observadas (Konic et al., 2010) se relacionan con el concepto de número decimal, su escritura o representación (diferencia entre número y representación, equivalencias y transformaciones), propiedades (orden, densidad de los decimales en $\mathbb{Q}$), y las operaciones con este tipo de números.

MARCO TEÓRICO

En el marco del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino et al., 2019) se ha elaborado un modelo de categorías de Conocimientos Didáctico-Matemáticas (CDM) del profesor de matemáticas (Godino et al., 2017; Pino-Fan y Godino, 2015) inicialmente propuesto por Godino (2009). Posteriormente, este

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

sistema ha sido refinado y adaptado por Pino-Fan et al. (2013) conformándose en una herramienta para el análisis de diferentes aspectos en el proceso de enseñanza de las matemáticas y ha sido aplicado en diversas investigaciones (Pino-Fan et al, 2013; 2015; Pino-Fan y Godino, 2015; Vásquez y Alsina, 2017; 2019).

Así, el modelo CDM se constituye a partir de tres grandes dimensiones: matemática, didáctica, meta didáctico-matemática. La dimensión matemática incorpora, el conocimiento común del contenido (CCC) entendido como conocimiento matemático suficiente para resolver una tarea, y el conocimiento ampliado del contenido matemático (CAC) que permite al profesor establecer relaciones de contenidos que se verán posteriormente con los estudiantes.

La dimensión didáctica refiere a los conocimientos sobre los diversos aspectos involucrados en los procesos de enseñanza y aprendizaje y contempla seis dimensiones o facetas (Pino-Fan y Godino, 2015):

- Faceta epistémica: atiende al conocimiento especializado del contenido, donde se pone en juego el conocimiento de los significados y objetos matemáticos implicados en los sistemas de prácticas matemáticas.

- Faceta cognitiva: implica el conocimiento de cómo los estudiantes aprenden, razonan y entienden las matemáticas, así como ver sus dificultades y progresos de aprendizaje.

  - Faceta afectiva: refiere a los conocimientos sobre los aspectos afectivos, emocionales, actitudinales y creencias de los estudiantes.

  - Faceta interaccional: incluye a la configuración de las interacciones de docente-estudiante, estudiante-estudiante que se puede establecer en el aula.

  - Faceta mediacional: implica la gestión y uso de los recursos (tecnológicos, materiales y temporales) apropiados para potenciar el aprendizaje de los estudiantes.

  - Faceta ecológica: refiere al contexto en que se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje.

La dimensión meta didáctico-matemática es la que refiere a los conocimientos necesarios que debe tener un profesor para reflexionar sobre la propia práctica y poder emitir juicios

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

valorativos (idoneidad didáctica) de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El presente estudio se focaliza en la dimensión didáctica, concretamente en las facetas epistémica y cognitiva, donde las situaciones planteadas a los futuros profesores sobre su conocimiento común, conocimiento especializado y conocimiento del contenido y estudiantes de los números decimales serán analizadas.

MATERIALES Y MÉTODOS

Los estudiantes que participaron en este estudio son 25 futuros profesores de matemáticas de una universidad del norte de Chile, quienes, además se encontraban en diferentes niveles de la carrera durante el curso 2019, teniendo en común el haber cursado, en su primer semestre, la asignatura "Introducción a los Sistemas Numéricos". Esta asignatura tenía como propósito el manejo comprensivo de conceptos y procedimientos básicos para profundizar en los números naturales, enteros, racionales y reales, adquiridos durante la Enseñanza Media, permitiéndoles establecer la construcción intuitiva y axiomática de los sistemas numéricos y su aplicación. Por lo tanto, la muestra de participantes considerada ya contaba con los conocimientos necesarios, relacionados con los diferentes conjuntos numéricos, que se requerían para responder a las tareas propuestas.

Mariano estudiante de 7° curso consulta a sus compañeros ¿Qué número viene **inmediatamente después** de siete décimos (0,7)? Y ellos responden:
Adriana: ocho décimos. (0,8)
Pedro: el setenta y uno centésimos. (0,71)
Cristian: el setecientos uno milésimos. (0,701)
Reflexione sobre las respuestas entregadas por los compañeros de Mariano.
¿Considera que algún estudiante se encuentra en lo cierto? Fundamente su respuesta.

Figura 1: Tarea 1

Los participantes resolvieron de manera individual y por escrito las dos tareas propuestas, las cuales son una adaptación de las utilizadas por Konic (2011). La tarea 1, se presenta en la Figura 1, consiste en una situación hipotética de aula que expone el razonamiento de tres posibles estudiantes. Fue considerada para evaluar la validez de la propiedad de sucesor de los números naturales en el contexto de los números decimales. El propósito es realizar un acercamiento del tratamiento que los futuros profesores hacen de los números decimales, y si consideran la propiedad de densidad de este conjunto. Dicha tarea se situaría en el conocimiento del contenido y los estudiantes.

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

María, una profesora de 6° curso para enseñar las relaciones de orden de los números decimales finitos, utiliza diversas estrategias para decidir cuál es mayor, menor o igual.
Un día Juan, un estudiante muy reflexivo, señala ¡profesora cero comas diecinueve nueve nueve nueve nueve nueve …. Infinitos nueves, es menor a cero coma a dos, perdón, a dos décimos!.
La profesora, estaba muy atenta, pues siempre cuando Juan pregunta, ella piensa muy bien la respuesta, ella apunta en la pizarra la siguiente expresión:

$$¿\, 0{,}1\overline{9} < 0{,}2?$$

Pensó en decir sí claro, pero surgió una duda, no tenía la certeza de la respuesta. Le responde a Juan: la próxima clase seguimos con el tema y responderé a su pregunta, tocaron el timbre de recreo y ella se retira apurada de la sala. Durante el día le da vueltas a la consulta realizada por el estudiante.
En el lugar de la profesora, ¿Cuál sería su respuesta? Describe tus estrategias.

Figura 2: Tarea 2

En la Figura 2, se expone la Tarea 2 que apunta a evaluar la concepción sobre la representación decimal infinita de un número. Algunas investigaciones (Konic, 2011) señalan que los estudiantes tienden en caracterizar un número solo por su escritura, sin considerar las propiedades que los caracterizan. Esta tarea se interesa en la evaluación del conocimiento especializado del contenido y conocimiento del contenido y estudiantes.

El análisis de las producciones de los participantes fue de tipo cualitativo y descriptivo, y como técnica se utilizó un análisis de contenido (Díaz Herrera, 2018). La principal unidad de análisis fue la respuesta entregada en cada tarea. Las categorías a priori surgen a partir de los antecedentes, las cuales fueron, en algunos casos, ajustadas de acuerdo al análisis realizado.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Análisis de las tareas

En primer lugar, se realiza un análisis semiótico de los conocimientos puestos en práctica al resolver las tareas propuestas, utilizando la noción de configuración epistémica. También se incluyen algunos conflictos semióticos potenciales entendidos como la interpretación inadecuada de acuerdo a lo establecido formalmente (Godino et al., 2007; 2019).

En la Tabla 2 se presentan en detalle los objetos matemáticos centrales puestos en juego para la resolución de la Tarea1 (Figura 1), como se señaló anteriormente se busca evaluar los significados personales que manifiestan los futuros profesores respecto a la validez de las propiedades del sistema de los números enteros y que pierden alcance para el caso de los racionales, por ejemplo, la propiedad de sucesor. Algunas investigaciones han alertado sobre la complejidad de esta propiedad (Brousseau et al., 2007).

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

Se espera que las respuestas de los futuros profesores presenten conflictos semióticos potenciales asociados a su conocimiento previo sobre la propiedad de sucesor, como los siguientes:

- Un número decimal está formado por dos números naturales separados por una coma.

- Relación de sucesor en $\mathbb{Z}$ (enteros).

- Las respuestas de los estudiantes, planteadas en la situación problema, son correctas.

- Incoherencia de las respuestas entregadas por el futuro profesor en relación a la situación planteada.

Tabla 2

Configuración de objetos matemáticos de la Tarea 1

Tipos de objetos	
Lenguajes - Verbal (en el enunciado) - Numérico (decimal y racional)	Situación problema - Justificar y argumentar una aseveración.
Conceptos - Número decimal - Número racional - Orden de los racionales - Densidad de los racionales - Valor posicional de las cifras decimales - Expresión decimal de un número decimal.	Procedimientos - Determinar que los números presentados corresponden a decimales, por tanto, la idea de sucesor de los enteros no se puede aplicar en este sistema.
Propiedades - Comparación de números decimales (comparar la parte entera, décimas, centésimas). - Entre cada par de números decimales existe siempre otro número decimal (Densidad de $\mathbb{Q}$).	Argumentos - Ninguna de las respuestas entregadas por los estudiantes en la tarea planteada (Tarea 1) es verdadera, pues al aplicar la definición de número racional no existe la idea de sucesor a diferencia de los enteros. Solo es posible aplicar la noción de orden.

La Tabla 3 resume los objetos matemáticos que intervienen en la solución de la Tarea 2 (Figura 2). El interés de la situación propuesta es profundizar en la concepción decimal de los profesores en formación. Se espera que los participantes reconozcan que determinadas expresiones decimales de un número racional, corresponden también a números decimales. Se debe considerar que en determinadas circunstancias el prestar atención al comportamiento de las cifras decimales de un número no es suficiente para establecer su tipología, por ello es necesario poner en funcionamiento definiciones, propiedades, procedimientos y argumentos que permitan justificar la afirmación. A continuación, se describen algunos posibles conflictos semióticos que se podrían presentar, los cuales han sido evidenciados en otros estudios (Konic, 2011).

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

- Si la expresión decimal de un número es infinita, entonces el número no corresponde a número decimal.

- Comparar considerando el valor posicional de las cifras decimales (décimas, centésimas).

- La aseveración del estudiante, planteada en la situación problema, es correcta.

- Incoherencia de las respuestas entregadas por el futuro profesor en relación a la situación planteada.

Tabla 3

Configuración de objetos matemáticos de la Tarea 2

Tipos de objetos	
Lenguajes - Verbal (en el enunciado) - Numérico (número decimal y fracción decimal). - Simbólico (desigualdad) - Expresión decimal finita e infinita - Representación fraccionaria decimal	Situación problema - Justificar y argumentar una aseveración.
Conceptos - Número decimal - Número entero - Número racional - Fracción generatriz	Procedimientos - Conversión de la expresión decimal periódica pura de un número racional a una expresión fraccionaria.
Propiedades Si un número racional se puede expresar en fracción decimal, entonces es un número decimal. -Los números $0{,}1\overline{9}\ y\ 0{,}2$ son decimales y además son iguales.	Argumentos - Si $x = 0{,}1\overline{9}$ Multiplicando por 100 $100x = 19{,}99999 \ldots$ Multiplicando por 10 $10x = 1{,}99999 \ldots$ Restando ambas expresiones $90x = 18$ $x = \frac{18}{90} = \frac{2}{10}$ El número $0{,}1\overline{9}$ es decimal y se puede expresar por la fracción decimal $\frac{2}{10} = 0{,}2$, por lo tanto, la aseveración $0{,}1\overline{9} < 0{,}2$ es falsa.

Evaluación de las respuestas

En esta sección se presentan los resultados de la evaluación de las Tareas 1 y 2, de acuerdo a la calidad de las respuestas de los futuros profesores, en ambas tareas, estas fueron clasificadas en competente, básico e insatisfactorio.

En la Tarea 1 (Figura 1), se describen los diferentes tipos de respuestas.

Competente. Cuando se señala, de forma explícita, que las respuestas de los estudiantes presentados en la Tarea 1 son erróneas. Un ejemplo es la respuesta entregada por el estudiante I21, quien se basa en la densidad del conjunto de los números racionales.

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

> I21: Ningún estudiante estuvo en lo correcto, pues el conjunto de los números racionales es denso, por lo tanto, para cualquier número dado siempre se va a poder encontrar un número que sería el supuesto "número inmediatamente después", pero considero que tenía razón en la idea que los números estaban después, asi que solamente los haría reflexionar en los anterior, sin mencionarlo destacando que tenían solo parte de razón.

Básico. Cuando la respuesta muestra elementos que denotan estar en vías de construir el concepto de densidad en los racionales, sin embargo, en la justificación se observan ciertas inconsistencias. Es el caso de I16 quien, a pesar de conocer la propiedad de densidad de los racionales, considera que un estudiante de la situación se encuentra en lo correcto.

> I16: Considero que Cristian se encuentra en lo cierto, pero tiene un margen de error, porque Cristian estaría en lo correcto si tomamos esos 3 números, pero entre 2 números siempre habrá infinitos números decimales, por lo tanto, siempre habrá un número más pequeño.

Insatisfactorio. Cuando se identifican algunos números como sucesores, atribuyendo un inadecuado significado a los números decimales, como I1 que evidencia una confusión entre los conceptos de sucesor y orden.

> I1: En cierto punto los tres estudiantes podrían estar en lo correcto, puesto que si observamos una recta numérica podríamos encontrar todos los valores que ellos mencionan; Y cada uno podría observar la recta numérica de una forma diferente.

En la Tarea 2, las respuestas fueron clasificadas, al igual que la tarea anterior, en competente, básico e insatisfactorio.

Competente. Se evidencia que reconocen que $0{,}1\overline{9} = 0{,}2$ y utilizan procedimientos, o representaciones para justificar la igualdad. Por ejemplo, el participante I3 utiliza un procedimiento algorítmico para transformar una expresión decimal de un número racional a fracción para verificar la igualdad.

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

I3: Yo explicaría cómo pasamos de decimal infinito a fracción esta forma ayuda a ver que $0{,}1\overline{9} = 0{,}2$.

$$0{,}1\overline{9} \qquad\qquad 0{,}2$$

$$\frac{19-1}{90} = \frac{18}{90} \rightarrow \frac{2}{10} \qquad\qquad \frac{2}{10}$$

$$\frac{2}{10} = \frac{2}{10}$$

Básico. Las respuestas evidencian que ambos números son iguales, sin embargo las justificaciones carecen de argumentos sólidos, o se observan contradicciones en la fundamentación, es el caso de la respuesta de I13.

I13: Lo explicaría diciendo que $0{,}1\overline{9} < 0{,}2$, pues, podemos pasarlo a fracción y comparar las cifras

$$0{,}1\overline{9} = \frac{19-1}{90} = \frac{18}{90} \;\; y\; 0{,}2 = \frac{2}{10}$$

$$\frac{18}{90} = \frac{2}{10}$$

$$180 = 180$$

Pensando esto, diría que son iguales por la conversión a fracción, pero si comparamos cifras 0,2 es mayor.

Insatisfactorio. Son las respuestas incorrectas en que se indica que $0{,}1\overline{9} < 0{,}2$ realizando un inadecuado uso de las representaciones. Por ejemplo, el informante 17 utiliza las tablas de valor posicional que son empleadas para comparar números decimales.

I17: mi respuesta sería que efectivamente $0{,}1\overline{9} < 0{,}2$ y eso se puede mostrar en la tabla de comparación:

u	d	c	m
0,	2		
0,	1	9	9 ...

La Tabla 4 presenta el resumen de los resultados obtenidos. Se observa que en ambas tareas la mayor parte de los futuros profesores responden de manera insatisfactoria,

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

mientras que las respuestas de las categorías competente y básico se presentan en igual proporción. Solo en la Tarea 2 hubo una respuesta en blanco lo que representa un pequeño porcentaje del total de la muestra.

Tabla 4
Resultados de la evaluación de respuestas

Tarea	Competente		Básico		Insatisfactorio		Blanco		Total	
	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
1	8	32	4	16	13	52	0	0	25	100
2	8	32	4	16	12	48	1	4	25	100

En las respuestas básicas e insatisfactorias se han evidenciado diferentes conflictos semióticos cognitivos de tipo conceptual y procedimental los cuales se detallan a continuación:

1. *C1. Aplicar idea de sucesor*. Este conflicto conceptual se presentó en la Tarea 1, y ha sido detectado en otros estudios (Brosseau et al., 2006; Llinares, 2003) y consiste en utilizar la idea de agregar una unidad (décimas, centésimas, milésimas) para encontrar el sucesor de un número decimal, de manera análoga, al concepto de sucesor construido en el conjunto de los números naturales, como se observa en la respuesta de I22 en la Tarea 1.

   I22: Desde un punto de vista están en lo correcto porque Mariano no especificó si quería el siguiente número visto desde las décimas, milésimas, etc. (Tarea 1).

2. *C2. Identificar el número decimal como un número expresado mediante una escritura con comas*. En este conflicto conceptual se ignora las propiedades que caracterizan al conjunto de los números racionales (Socas, 2002). Por ejemplo, en la Tarea 1 se interpreta de la respuesta de I3 que un racional se puede convertir en entero multiplicando por 1.000. En el caso de la Tarea 2, algunos estudiantes consideran la escritura del número decimal como única y esa idea persiste, a pesar de encontrar que ambos números decimales comparten la misma fracción generatriz como I15. Este tipo de respuestas han sido detectadas en otros estudios con futuros maestros (Chick, 2003).

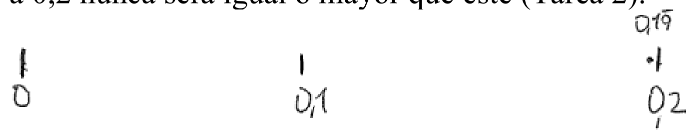
   I3: Si, Cristian tiene razón, ya que si amplificamos por 1000 nos da 701 (Tarea 1).

   I15: El número $0{,}1\overline{9}$ es un número que se acerca muchísimo a 0,2, al punto en el que al transformarlo a decimal este número se redondea a 0,2 y quedan igual (Tarea 2).

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

3. *C3. Aplicar la tabla de valor posicional para la comparación de cualquier tipo de expresión decimal.* Este conflicto procedimental se presentó en la Tarea 2, consiste en ignorar que algunos recursos ayudan en la comparación de números sólo con expansión decimal finita, como se observa en I17.
4. *C4. Uso inadecuado de la recta numérica.* Este conflicto procedimental se presenta en ambas tareas, y corresponde a emplear de manera inadecuada este tipo de representación para validar sus argumentos. Por ejemplo, I1 en la Tarea 1, mientras que en la Tarea 2, I12 representa el 0,2 en un punto de la recta numérica y muy cerca de este al $0{,}1\overline{9}$. Este conflicto podría deberse por el conocimiento anterior que tienen sobre los números naturales (Chan et al., 2017; Yujing y Yong-Di, 2005), y la alta presencia de este tipo de representación en los libros de texto (Morales-Garcia y Sandoval, 2022).

   I12: $0{,}1\overline{9}$ es menor, pues como se observa en la recta numérica, acercándose infinitamente a 0,2 nunca será igual o mayor que éste (Tarea 2).



En la Tabla 5 se resumen la frecuencia de los diferentes tipos de conflictos semióticos detectados en las respuestas de ambas tareas, cabe señalar que en algunas respuestas de la Tarea 2 fue posible detectar más de un tipo de conflicto. Se observa que el conflicto conceptual C2 asociado a identificar un número decimal como un número natural separado por comas es el que más se presenta en las respuestas de los participantes (56%), seguido de C1 también un conflicto conceptual en el cual se aplica la idea de sucesor (44%). En la Tarea 1 se presentó una menor frecuencia de conflictos semióticos en comparación con la Tarea 2.

Tabla 5
Resultados de tipos de conflictos semióticos cognitivos

Tipo de conflicto	**Tarea 1 N=25**		**Tarea 2 N=25**		**Total N=25**	
	F	**%**	**F**	**%**	**F**	**%**
C1. Aplicar idea de sucesor	11	44			11	44
C2. Identificar el número decimal mediante su escritura	5	20	9	36	14	56
C3. Aplicar la tabla de valor posicional para la comparación de cualquier tipo de expresión decimal			5	20	5	20
C4. Uso inadecuado de la recta numérica	1	5	5	20	6	24

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

CONCLUSIONES

En este trabajo se aborda el conocimiento común, conocimiento especializado y conocimiento del contenido, con especial atención en las facetas epistémica y cognitiva, de un grupo de futuros profesores de matemáticas sobre los números decimales. Para ello, se proponen dos tareas correspondientes a situaciones hipotéticas de aula, las cuales fueron analizadas a través de un análisis de contenido de las respuestas aportadas por los participantes.

Los resultados de la Tarea 1 muestran que gran parte de los futuros profesores poseen debilidades en el conocimiento común, manifestado, por ejemplo, en que aún se aferran a la idea de sucesor, la que pierde su alcance en el sistema de los números racionales, esto coincide con los advertido por Widjaja et al. (2008). Este conflicto semiótico (C1) de tipo conceptual evidencia que los conocimientos adquiridos del sistema de números naturales ($\mathbb{N}$), sobre que "todo número natural tiene un sucesor" dificulta la comprensión de la propiedad de la densidad en el sistema de los números racionales ($\mathbb{Q}$). Dicha propiedad se traduce en que dados dos números racionales cualesquiera distintos, puede encontrarse siempre otro número racional entre ellos.

En este sentido, se propone abordar la Tarea 1 a través del uso adecuado de la recta numérica y que los estudiantes puedan discutir ¿Qué número viene inmediatamente después de siete décimos? Y una vez encontrado un número p que cumpla la condición, preguntar nuevamente si hay otro número que sea menor a p y a la vez mayor que siete décimos, repitiendo el procedimiento descrito varias veces y utilizando la recta numérica para representar estos números.

En relación a la Tarea 2, también se observa un conocimiento común limitado, evidenciado en respuestas que carecen de argumentos sólidos. En este sentido, la mayor parte de los participantes considera la escritura del número decimal como un elemento importante a considerar en la toma de decisiones cuando se comparan dos números decimales, aferrándose a la idea de que, si tienen escrituras distintas, los números son distintos. Esto a pesar de verificar su igualdad al transformar ambos números decimales a fracción, argumentan que esta notación corresponde a una aproximación y no al valor real del número.

Es necesario que en la formación de profesores de matemática se consideren estos casos donde un número decimal finito como lo es 0,2 presenta dos maneras distintas de

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

escribirse como expresión decimal, esto es, 0,2 y $0,1\overline{9}$. Además, a diferencia de cualquier otra expansión decimal periódica, el resultado no se puede comprobar por división. Es decir, si se divide numerador por denominador (2:10), no se recobra la expansión decimal $0,1\overline{9}$.

Se recomienda fortalecer estas concepciones para promover la comprensión de que el número 0,2 tiene dos expansiones decimales, el 0,2 y $0,1\overline{9}$, donde la segunda expansión requiere de una reflexión más profunda, que puede emerger a partir de preguntas como: ¿Existe algún número entre 0,199999… y 0,2?, de esta manera se invita a la reflexión sobre los procesos infinitos propios del sistema de los números racionales.

Finalmente, los futuros profesores a pesar de haber recibido una formación matemática referida a las características y propiedades del sistema de los números racionales, dichos conocimientos no se reflejan en las respuestas aportadas. Evidenciando dificultades en el conocimiento de tipo ampliado del contenido. En este sentido, coincidimos con Konic (2011) en que los participantes de este estudio se aferraron, en la mayoría de los casos, solo a observar la expresión decimal del número ignorando los conceptos asociados a este. El conocimiento profundo sobre los números decimales es importante desde la enseñanza, especialmente en primaria donde aparece con gran fuerza en el currículo de diferentes países (MINEDUC, 2018; NCTM, 2014).

REFERENCIAS

Bonilla, D., y Parraguez, M. (2015). Los números racionales: Una mirada desde la teoría. Los modos de pensamiento en la formación inicial de profesores. RECHIEM, Revista Chilena de Educación Matemática, 9(1), 77-83.

Brousseau, G., Brousseau, N., y Warfield, V. (2007). Rationals and decimals as requiered in the school curriculum. Part 2: From rationals to decimals. Journal of Mathematical Behavior, 26(4), 281-300. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.09.001

Castro, C., y Castro, E. (2014). Estimación en cálculo multiplicativo con números decimales. Enseñanza de las Ciencias, 32(2), 171-190. http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1018

Cid, E., Godino, J. D., y Batanero, C. (2003). Sistemas numéricos y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Chan, W.W.K., Au,T.K., Lauy, N.T., y Tang, J. (2017). Counting errors as a window onto children's place-value concept. Contemporary Educational Psychology, 51, 123- 130. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2017.07.001

Chick, H. (2003). Pre-service teachers´explanations of two mathematical concepts. Proceedings 2003 annual Conference of the Australian Association for Research in Education.

Díaz-Herrera, C. (2018). Investigación cualitativa y análisis de contenido temático. Orientación intelectual de revista Universum. Revista General de Información y Documentación, 28(1),119-42. https://doi.org/10.5209/RGID.60813.

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. Recherches en Didactiques des Mathematiques, 22(2-3), 237-284.

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, 13-31.

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 31(57), 90-113. https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM, 39(1-2), 127-135. https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1

Godino, J. D., Batanero, C. ,y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. For the Learning of Mathematics, 39(1), 38-43.

Konic, P. M. (2011). Evaluación de conocimientos de futuros profesores para la enseñanza de los números decimales (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, Granada.

Konic, P., Godino, J. D., y Rivas, M. (2010). Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 74, 57-74.

Llinares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En C. Chamorro (Ed.), Didáctica de las Matemáticas (pp. 187-220). Pearson Educación.

Medina-Rodríguez, D. A. (2016). La comprensión del valor de posición en el desempeño matemático de niños. Avances en Psicología Latinoamericana, 34(3), 441-456. http://dx.doi.org/10.12804/apl34.3.2016.01

MINEDUC. (2011). Estándares Orientadores para Egresados de Carreras de Pedagogía en Educación Básica. Ministerio de Educación.

MINEDUC. (2012). Estándares Orientadores para Carreras de Pedagogía en Educación Media. Ministerio de Educación.

MINEDUC. (2015). Bases curriculares 7º Básico a 2° Medio. Unidad de Currículum y Evaluación.

MINEDUC. (2021). Estándares de la Profesión Docente Carreras de Pedagogía en Matemática Educación Media. CPEIP.

MINEDUC. (2018). Bases curriculares Primero a Sexto Básico. Unidad de Currículum y Evaluación.

Morales-Garcia, L., y Sandoval, C. N. (2022). Idoneidad epistémica del significado de número natural en libros de texto mexicanos. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 35(71), 1338-1368. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a06

NCTM. (2014). Principles to actions: Ensuring mathematical success for all. National Council of Teachers of Mathematics.

Parraguez, M., Bonilla, D., y Randolph, V. (2021). Un modelo para la comprensión del sistema de los números racionales: Un estudio de casos en la formación de profesores. En C. Guerrrero-Ortiz, A. Morales-Soto y E. Ramos-Rodríguez (Eds.), Aportes a la práctica docente desde la Didáctica de la Matemática: Modelación matemática (Vol. 35, pp. 317-352). Graó.

Pino-Fan, L. R., Assis, A., y Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 11(6), 1429-1456. https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1403a

Pino-Fan, L., y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. Paradigma, 36(1), p. 87-109.

Pino-Fan, L., Godino, J. D., y Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 29(51), 60-89. https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a04

Pino-Fan, L., Godino, J.D., y Font, V. (2013). Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (1ª parte). Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, 8, 1-49. https://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8nespp1

Rojas, N., Flores, P., y Carrillo, J. (2015). Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 29(51),143-167. https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a08

Stacey, K., Helme, S., Steinle, V., Baturo, A., Irwin, K., y Bana, J. (2001). Preservice teachers' knowledge of difficulties in decimal numeration. Journal of mathematics teacher education, 4(3), 205-225. https://doi.org/10.1023/A:1011463205491

Socas, M. (2002). La organización de los sitemas numéricos desde su escritura decimal. Algunas expresiones ambiguas. Números. Revista de Diáctica de las matemáticas, 50, 19-34.

Yujing, N., y Yong-Di, Z. (2005). Teaching and Learning Fraction and Rational Numbers: The Origins and Implications of Whole Number Bias, Educational Psychologist, 40(1), 27-52. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4001_3

Vásquez, C., y Alsina, A. (2017). Aproximación al conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad desde el modelo del Conocimiento Didáctico-matemático. Educación Matemática, 29(3), 79-108. https://doi.org/10.24844/EM2903.03

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309

Vásquez, C., y Alsina, Á. (2019). Conocimiento especializado del profesorado de educación básica para la enseñanza de la probabilidad. Profesorado, 23(1), 395-419. https://doi.org/10.30827/profesorado.v23i1.9160

Widjaja, W., y Stacey, K. (2006). Promoting pre-service teachers' understanding of decimal notation and its teaching, En J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká y N. Stehlíková (Eds.), Proceedings of the 30th conference of the international group for the psychology of mathematics education (pp. 385-392). Charles University in Prague.

Widjaja, W., Stacey, K., y Steinle, V. (2008). Misconceptions about density of decimals: Insights from Indonesian pre-service teachers. Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, 31(2), 117–131.

ISSN: 2789-0309 ISSN-L: 2789-0309